Zu Nutzen und Nebenwirkungen des Einsatzes von Taschenrechnern in der schulischen Mathematik-Ausbildung fragen Sie Ihre Lehrer, Hochschullehrer oder Arbeitgeber

Prof. Dr. Thomas Risse
Institut für Informatik & Automation
Fakultät Elektrotechnik & Informatik, Hochschule Bremen

24. Oktober 2009

Zusammenfassung

Daß der Einsatz von Taschenrechnern im Mathematik-Unterricht an Schulen auch unerwünschte Nebenwirkungen hat, ging in der Euphorie über die ungeahnten Möglichkeiten des Werkzeuges unter. Die Nebenwirkungen werden dagegen nicht ausreichend untersucht, unliebsame Wahrheiten werden lieber verdrängt. Die Lehrerschaft scheint gespalten. Eine ideologische Grenze trennt Befürworter und Ablehner. Schauen wir uns also die Studienanfänger an und beobachten wir, wie sie mit dem Taschenrechner umgehen. Dann können wir eigentlich nur noch die Notbremse ziehen.

1 Beobachtungen

Studien der Kollegen etwa aus Berlin [2],[12] oder Köln [4] belegen den beständigen Rückgang der mathematischen Basis-Kompetenzen von Studienanfängern u.a. in ingenieurwissenschaftlichen Fächern. Diese katastrophale Entwicklung zeigen gleichermaßen Abiturienten wie auch Fachoberschul-Absolventen, wenngleich auf unterschiedlich niedrigem Niveau.

Beobachtungen bei Studienanfängern der Informatik – vor allem in den Mathematik-Brückenkursen im Umfang von [9] – wie auch Gespräche mit Lehrern an Bremischen Schulen entlarven eine Ursache: der Einsatz von Taschenrechnern[1]

- ver-, behindert den Erwerb, das Verfestigen
- befördert das Verlernen

grundlegender mathematischer Rechen-Kompetenzen. Beobachtungen notorisch sinnlosen, unsachgemäßen Gebrauchs[2] von Taschenrechnern belegen diese Thesen:

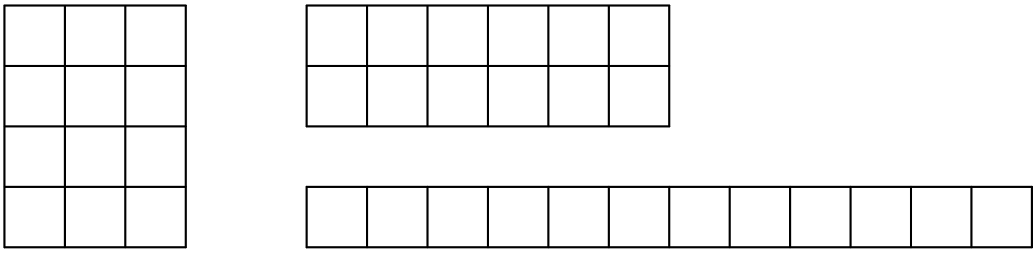
- Studienanfänger multiplizieren mit und dividieren durch Zehner-Potenzen per GTR.
- Sie multiplizieren *'zur Sicherheit'* per GTR mit -1.
- Sie berechnen $\sqrt{4}$ per GTR.

Ohne GTR ermittelt ein Studienanfänger beispielsweise die Dezimaldarstellung von $\frac{6}{10}$ zu 4 und verbessert sich nach Hinweis darauf, daß das Ergebnis doch kleiner als 1 ausfallen müsse, auf 0,4.
Der GTR unterstützt und befördert die Bruchrechnungsvermeidungsstratgie der Studienanfänger. Kürzen fällt sowieso schwer, weil man für die Primfaktorzerlegung von Zähler und Nenner in den Beispielen der Schule eben das kleine und manchmal sogar das große Einmaleins braucht und im Kopf haben sollte.

Hier fehlt es häufig auch an der Anschauung, die geometrische Analoga liefern. Wie die kleinen Kinder, die das Volumen des hohen (schlanken) Glases **per se** für größer als das des niedrigen (bauchigen) Glases halten, fehlt es den Studienanfängern an Vertrautheit mit $3 \times 4 = 2 \times 6 = 1 \times 12$ oder der geometrischen Anschauung

[1] Der Begriff Taschenrechner steht hier für elektronische Taschenrechner, Graphikfähige Taschenrechner, GTR, PDAs u.ä. aber auch für Computer-Algebra-Systeme, CAS.

[2] Interessanterweise sind sich Schüler und Studierende dieser eigenen Unart bewußt, wie die SchülerVZ- und StudiVZ-Gruppen *'Ich tippe 2+8 in den Taschenrechner'* zeigen.



(der GTR liefert natürlich die Übereinstimmung, wüßte man nur, welche gerade gefragt ist)

Zu den systematischen Fehlern bei Bruchrechnung (*In Summen kürzen nur die Dummen!*), Potenzrechnung ([10] listet typische Beispiele) und Prozentrechnung (*Wieviel Grad Steigung hat eine Straße mit 100% Steigung?*) gesellen sich methodische Fehler: statt solange wie möglich symbolisch zu rechnen, verführt der GTR dazu, sofort numerisch zu rechnen. Studienanfänger halten nur numerische Ergebnisse für wirkliche, echte Ergebnisse.

Diese Unart geht nicht nur zu Lasten der Genauigkeit des Ergebnisses, sondern verhindert auch allgemeine Einsichten. Wer numerisch rechnet, erkennt, daß der um einen Meter verlängerte Bindfaden um den Erd-Äquator überall mehr als ca. 17cm von der Erdkugel-Oberfläche absteht; nur wer symbolisch rechnet, erkennt sofort, daß dieser Abstand a – entgegen unserer Intuition [7], Nr.79-81 – überhaupt nicht vom Erdradius r abhängt.

numerisch	symbolisch und im Kopf
$u = 2\pi r \approx 2\pi\, 6370\text{km} \approx 40023,890\text{km}$	$U = 2\pi R$
$U = u + 1 = 2\pi R \approx 40023,891\text{km}$	$\ominus\ u = 2\pi r$
$R \approx 40023,891\text{km}/(2\pi) \approx 6370,00016$	$1m = 2\pi(R-r) =: 2\pi a$
$a = R - r \approx 16\text{cm}$	$a = 1\text{m}/(2\pi) \approx \frac{1}{6}\text{m} \approx 16\text{cm}$

Übrigens – wie aufwendig ein Verfahren ist, merken Schüler wie Studienanfänger sicher nicht, wenn der GTR ihnen die Rechenarbeit abnimmt.

Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen, Prüfungen, ob nicht Eingabe- oder Bedienfehler für ein abstruses Ergebnis verantwortlich sind – all dies ist nur möglich, wenn Studienanfänger mit dem Einschalten des Taschenrechners nicht ihren Kopf ausschalten.

Studienanfänger sind Gläubige: der GTR hat immer recht, egal wie wenig plausibel das angezeigte Ergebnis ist (ich selber habe in den Neunzigern schon ungerade Zweier-Potenzen gesehen, selbstverständlich gilt $\frac{99}{7} - \frac{97}{7} - \frac{2}{7} = 8.6 \cdot 10^{-11} \neq 0$, zumindest auf einem Casio fx-991MS, man darf sich nicht wundern, wenn $(1+\delta)+\delta \neq 1+(\delta+\delta)$ für geeignet kleine $\delta > 0$, und natürlich ist auf jedem GTR $1+\epsilon = 1$, wenn nur $\epsilon > 0$ genügend klein ist).

I.a.R. unterbleibt die Beurteilung der Resultate des GTRs. Studienanfänger müssen schon lange überlegen, ob der Casio fx-991MS beispielsweise 69! korrekt zu $1.711224524 \cdot 10^{98}$ berechnet[3]. Beispielsweise Lotto, also Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, geben genügend Anlaß zu solchen Fragen.

Graphik-fähige Taschenrechner sollen stupide Rechenarbeit übernehmen und die Anschaulichkeit steigern. Auf Tastendruck stellt der GTR Funktionsgraphen dar und verbirgt damit den Umstand, daß der Funktionsgraph i.a.R. durch einen Polygonzug approximiert wird. M.E. sollten Studienanfänger das Anfertigen von Skizzen trainieren, um diesen Prozess (wähle region of interest, wähle geeignete Skalierung, taste Funktion ab, approximiere Graphen durch Polygonzug) transparent zu machen. Kurz, das Anfertigen von Skizzen kann zu Einsichten verhelfen wie das Sprechen zum Verfertigen der Gedanken.

Im übrigen, wenn 2D-Anschaulichkeit per se gut ist, müßte man da nicht vielmehr auf 3D-Anschaulichkeit durch Hologramme o.ä. setzen? Dabei zeigen Studienanfänger ausgeprägte Defizite in der räumlichen Vorstellung. Diese entsteht im Kopf und nirgendwo sonst. Mir scheint zweifelhaft, ob Graphik-fähige Taschenrechner diesen konstruktiven Vorgang beschleunigen können.

Ich kann nicht erkennen, wie der Taschenrechner die Modellbildung befördern kann. Er hilft natürlich nicht dabei, Texte genau zu lesen, Textaufgaben zu verstehen, zu abstrahieren, die richtigen Fragen (was ist gegeben? was ist gesucht? was hängt wie von was ab? was weiß man sowieso?) zu stellen, um sich erst dann auf die Suche nach Lösungen[6] zu begeben. Kein Wunder, daß Studienanfänger – konditioniert auf Resultate auf Knopfdruck – von Textaufgaben überhaupt nicht begeistert sind.
Kein Chef fordert einen Mitarbeiter dazu auf, die Wendepunkte eines kubischen Polynoms zu berechnen. Textaufgaben sind also am nächsten an anwendungsnahen Fragestellungen, die doch angeblich erst der Taschenrechner ermöglicht.

2 Folgerungen

- Kein Zwang zum Einsatz von GTR im Mathematik-Unterricht an Schulen, solange nicht belegt ist, daß die Vorteile die Nachteile überwiegen. Dazu müssen die Versprechungen in einschlägigen Veröffentlichungen, auch die Nachteile untersuchen zu wollen, auch eingelöst werden.

[3] trifft nicht zu, entweder wegen $69! \approx 1.711224524281413 \cdot 10^{98}$ oder weil mit 5^{89} auch 10^{89} kein Teiler von 69! ist!

- Der Mathematik-Unterricht ist sicher nicht per se besser, je leistungsfähiger und damit je teuerer der obligatorische GTR ist (vgl. Niedersachsen).
- Zu jedem Werkzeug gehört eine Werkzeug-Kritik. Schüler müssen unbedingt auch mit den Grenzen des Werkzeuges konfrontiert werden. Fehlentwicklungen könnten vermieden werden, wenn GTR nur dann gebraucht werden dürften, wenn die GTR-Vertreter auch gleich die zugrunde liegende Numerik [8] vermitteln. Es sollte sich herumgesprochen haben, daß der sinnvolle Einsatz von GTR, PDA, CAS i.a.R. *mehr* Mathematik-Kenntnisse und *tiefer liegende* Einsichten erforderlich macht.

Niemand wird es Lehrern verdenken, wenn sie lieber Neues ausprobieren wollen, als sich an immer denselben Defiziten abarbeiten zu müssen. Diese erscheinen zum Teil selbstgemacht, wenn man bedenkt, daß Schüler in der 'Unterstufe' Bruchrechnen lernen und daß ihnen die Bruchrechnung in der 'Mittelstufe' per GTR wieder ausgetrieben wird.

Aufgrund meiner Beobachtungen scheint mir plausibel, daß sich gerade für die schwachen Schüler der GTR-Einsatz besonders nachteilig auswirkt.

Wenn wir das allgemeine mathematische Niveau heben wollen, sollten wir an dieser Stelle ansetzen und uns nicht das Kultivieren einer weiteren Mode wie etwa der Mengenlehre erlauben.

Literatur

[1] Peter Baptist: Nach TIMMS und vor PISA – Gedanken zum Mathematikunterricht; Bayreuth
`http://did.mat.uni-bayreuth.de/didaktik/docs/halle.pdf`

[2] Manfred Berger, Angela Schwenk: Mathematische Grundfertigkeiten der Studienanfänger der technischen Fachhochschule Berlin und der Schüler der Bertha-von-Suttner-OG Berlin; Global Journal of Engineering Education, Vol 5, No 3, 251-258, 2001
`www.eng.monash.edu.au/non-cms/uicee/gjee/vol5no3/BergerSchwenk.pdf`

[3] Dörte Haftendorn: Mathematik verstehen; Universität Lüneburg
`http://haftendorn.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt/computer/computer.htm`

[4] Heiko Knospe: 6 Jahre Mathematik-Eingangstest – Ergebnisse und Folgerungen; FH Köln, 2008, 6. Workshop *Mathematik für Ingenieure*, Soest 12.9.2008, in Wismarer Frege Reihe 03/2008

[5] Willi Lichtenberg: Modellversuch „Graphik-Taschenrechner im Mathematikunterricht des Gymnasiums“ 1991 bis 1996 in Sachsen-Anhalt – mit vielen weiteren Referenzen
`www.modellversuche.bildung-lsa.de/gtr`

[6] George Pólya (1945): How to Solve It; Princeton University Press, ISBN 0-691-08097-6
s.a. `http://freefeel.org/wiki/SummaryHowToSolveIt#s-1`

[7] Thomas Risse: Liste der Veröffentlichungen; Hochschule Bremen
`www.weblearn.hs-bremen.de/risse/papers/papers.htm`

[8] Thomas Risse: Addons zu M. T. Heath: Scientific Computing; interaktives Dokument, Hochschule Bremen
`www.weblearn.hs-bremen.de/risse/MAI/docs/heath.pdf`

[9] Wolfgang Schäfer, Kurt Georgi, Gisela Trippler: Mathematik-Vorkurs; Teubner 2005

[10] Susanna Schenk, Michaela Payr, Wolfgang Fössl: Schnittstellen; Höhere Bundeslehranstalt für wirtschaftliche Berufe, Graz S.28ff
`http://imst.uni-klu.ac.at/materialien/2006/2248_754_Langfassung_Schenk.pdf`

[11] Dieter Schott, Thomas Schramm, Raimond Strauß, Thomas Risse: Thesen zur Mathematikausbildung von Ingenieuren; Wismarer Frege Reihe 02/2007, ISSN 1862-1767, S.5-18
`www.weblearn.hs-bremen.de/risse/papers/PosiPaper`

[12] Angela Schwenk, Manfred Berger: Mathematische Kenntnisse von Studienanfängern – eine Vollerhebung und Längsschnittstudie an der TFH Berlin zusammen mit der Berta-von-Suttner-Oberstule; in J. Schlattmann (Hrsg.): Bedeutung der Ingenieurpädagogik; Der andere Verlag, Tönning, ISBN 3-89959-504-1, 86-92, 2006